

अध्याय-2

बहुपद महत्वपूर्ण बिंदु

- एक चर में बहुपद $p(x)$ निम्न प्रकार का एक बीजीय व्यंजक होता है, $p(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$, जहाँ n एक घनात्मक पूर्णांक तथा $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$ वास्तविक संख्याएँ हैं तथा बहुपद के गुणांक कहलाते और n एक पूर्ण संख्या है।
- एक बहुपद में चर की अधिकतम घात वाले पद के घातांक को बहुपद की घात कहते हैं।
- $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$ क्रमशः $x^0, x^1, x^2, \dots, x^n$ के गुणांक हैं और n को बहुपद की घात कहा जाता है। प्रत्येक $a_n x^n, a_{n-1} x^{n-1}, \dots, a_0$, जहाँ $a_n \neq 0$, को बहुपद का पद कहा जाता है।
- ऐसा बहुपद जिसमें एक पद हो, एक पदी, जिसमें दो पद हों द्विपदी तथा जिसमें तीन पद हों, त्रिपदी बहुपद कहलाता है।
- ऐसा बहुपद जिसकी घात एक हो, रैखिक बहुपद, जिसकी घात दो हो द्विघाती बहुपद तथा जिसकी घात तीन हो, त्रिघाती बहुपद कहलाता है।
- किसी बहुपद $p(x)$ के लिए यदि $p(a) = 0$ जहाँ a वास्तविक संख्या है, हम कह सकते हैं कि ' a ' बहुपद का शून्यक है।
- यदि $p(x)$ एक या एक से अधिक घात का बहुपद हो तथा $p(x)$ को एक रैखिक बहुपद $x - a$, से भाग किया जाए तो शेषफल $p(a)$ होगा इसे शेषफल प्रमेय कहते हैं।
- यदि $p(x)$ एक बहुपद है जिसकी घात एक या एक से अधिक है तथा a एक

वास्तविक संख्या है तो

(i) $(x-a)$, बहुपद $p(x)$ का एक गुणखण्ड होगा यदि $p(a)=0$

(ii) यदि $p(a) = 0$, $(x - a)$ बहुपद $p(x)$ का एक गुणनखण्ड है। इसे गुणनखण्ड प्रमेय कहते हैं।

- एक ' n ' घात के बहुपद के अधिकतम ' n ' शून्यक हो सकते हैं।

* बीजीय सर्वसमिकायें

$$(I) (x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

$$(II) (x-y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$$

$$(III) x^2 - y^2 = (x+y)(x-y)$$

$$(IV) (x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$$

$$(V) (x+y+z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2yz + 2zx$$

$$(VI) (x+y)^3 = x^3 + y^3 + 3xy(x+y) = x^3 + y^3 + 3x^2y + 3xy^2$$

$$(VII) (x-y)^3 = x^3 - y^3 - 3xy(x-y) = x^3 - y^3 - 3x^2y + 3xy^2$$

$$(VIII) x^3 + y^3 = (x+y)(x^2 - xy + y^2)$$

$$(IX) x^3 - y^3 = (x-y)(x^2 + xy + y^2)$$

$$(X) x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = (x+y+z)(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx)$$

$$= (x+y+z) \{ (x-y)^2 + (y-z)^2 + (z-x)^2 \}$$

$$(XI) \text{ यदि } x+y+z=0, \text{ तो } x^3 + y^3 + z^3 = 3xyz$$

WISER
ACADEMY

खण्ड - अ

1. $5y^3 + 2y^2 - y + 5$ में y^3 का गुणांक क्या है?
2. $(x^2 - 1)(x - 2)$ के गुणनफल में x^2 का गुणांक लिखिए?
3. यदि $3x - 2a$ का एक गुणनखण्ड $(x - 2)$ हो तो a का मान ज्ञात कीजिए।
4. बहुपद $\frac{x^3 + 3x - 1}{5} - \frac{5}{2}x^2 - x^5$ की घात ज्ञात कीजिए।
5. यदि $p(x) = x^3 - 3x^2 + 2x - 3$ तो $p(1) + p(-1)$ का मान कीजिए?
6. बहुपद $z^2 - 8$ के शून्यक ज्ञात कीजिए।
7. भाज्य = भाजक × भागफल + _____.
8. त्रिपदी बहुपद का एक उदाहरण लिखिये जिसकी घात 3 हो।
9. एकपदी, द्विपदी तथा द्विघातीय बहुपद का एक-एक उदाहरण लिखिए।
10. जाँच कीजिए कि क्या $x = 3$ बहुपद $x^2 - 3x + x - 3$ का एक शून्यक है।
11. बहुपद $\sqrt{7}$ की घात क्या है?
12. यदि बहुपद $3x^2 + 5x + k$ का एक शून्यक -1 , है तो k का मान ज्ञात कीजिए।
13. $4x^2 - 4x + 1$ को द्विपदी बहुपद के वर्ग के रूप में लिखिए।

खण्ड-ब

14. जाँच कीजिए कि $q(x), r(x)$ का गुणज है या नहीं जहाँ $q(x) = 2x^3 - 11x^2 - 4x + 5$, तथा $r(x) = 2x + 1$.
15. शेषफल प्रमेय द्वारा दर्शाइए कि $(x - 5)$ बहुपद $x^3 - 3x^2 - 4x - 30$ का एक गुणनखण्ड है?

16. उपयुक्त सर्वसमिका का प्रयोग करके $(997)^3$, का मान ज्ञात कीजिए।
17. बहुपद $p(x) = x(x-2)(x+3)$ के शून्यक ज्ञात कीजिए?
18. $3x^2 - 7x - 6$ को $(x-3)$ से भाग देने पर भागफल ज्ञात कीजिए?
19. गुणनखण्ड कीजिए : $8x^3 + \sqrt{27}y^3$.
20. यदि $p(x) = x + 9$ है तो $p(x) + p(-x)$ ज्ञात कीजिए।
21. सीधे गुणा न करके 106×94 का मान ज्ञात कीजिए।
22. यदि $36x^2 - b = \left(6x + \frac{1}{5}\right)\left(6x - \frac{1}{5}\right)$ तो b का मान ज्ञात कीजिए।
23. उपयुक्त सर्वसमिका का प्रयोग करके $(2x-3y+z)^2$ को प्रसारित कीजिए।
24. $(351)^2 - (350)^2$ का मान ज्ञात कीजिए?

खण्ड स

25. गुणनखण्ड कीजिए : $64a^2 + 96ab + 36b^2$
26. गुणनखण्ड कीजिए : $x^3 + 6x^2 + 11x + 6$
27. यदि $x^2 + y^2 = 49$ तथा $x - y = 3$ तो $x^3 - y^3$ का मान ज्ञात कीजिए।
28. सरल करो : $(5a - 2b)(25a^2 + 10ab + 4b^2) - (2a + 5b)(4a^2 - 10ab + 25b^2)$
29. यदि $x^3 - 3x^2 + 4x - 4$ को $(x-1)$ तथा $(x+2)$ से भाग किया जाए तो इस प्रकार प्राप्त शेषफलों का योग ज्ञात कीजिए।
30. गुणनफल ज्ञात कीजिए: $\left(p - \frac{1}{p}\right)\left(p + \frac{1}{p}\right)\left(p^2 + \frac{1}{p^2}\right)\left(p^4 + \frac{1}{p^4}\right)$
31. $7\sqrt{2}k^2 - 10k - 4\sqrt{2}$ का गुणनखण्ड कीजिए।
32. सरल कीजिए: $(3x-4y)^3 - (3x+4y)^3$

33. उपयुक्त सर्वसमिका का प्रयोग करके को प्रसारित करिये।
34. सरल कीजिए: $(x + y + z)^2 - (x - y - z)^2$.

खण्ड द

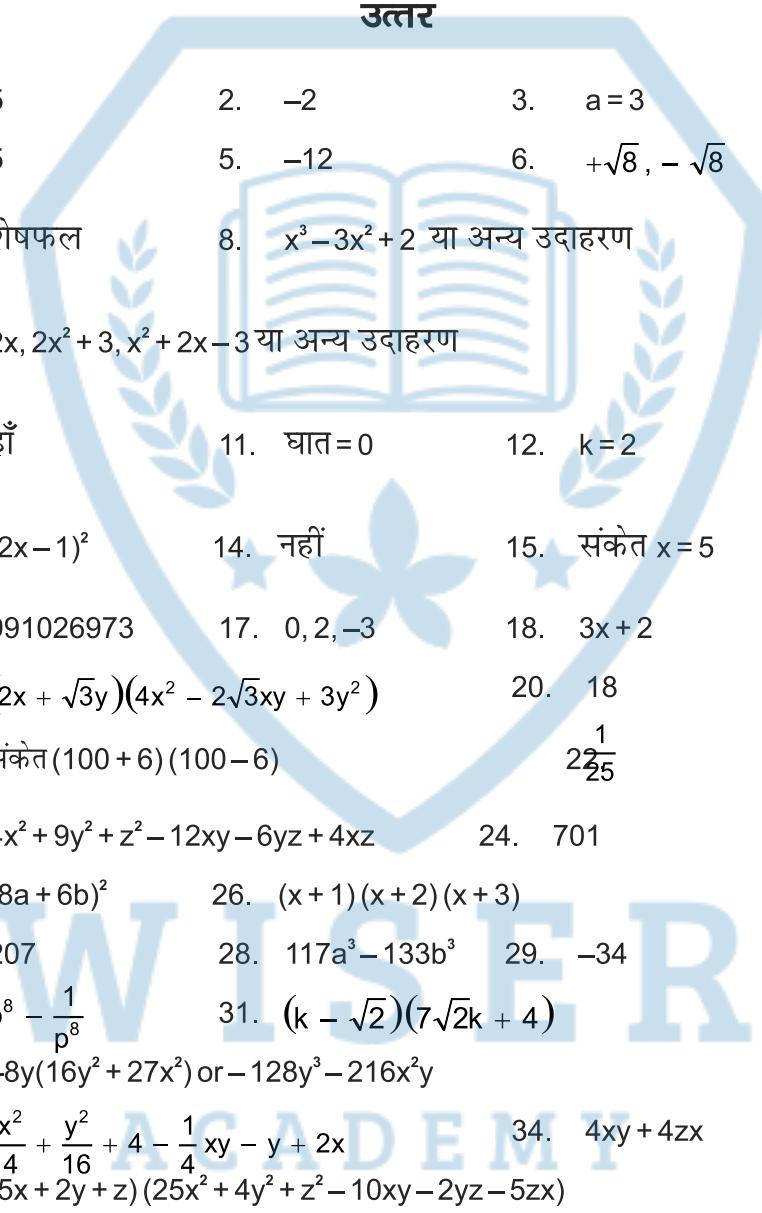
35. गुणनखण्ड कीजिए: $125x^3 + 8y^3 - z^3 - 30xyz$.
36. $(x + 2)$, बहुपद $ax^3 + bx^2 + x - 2$ का एक गुणनखण्ड है तथा $(x - 2)$ से इस बहुपद को भाग देने पर शेषफल 4 प्राप्त होता है, तो a और b के मान ज्ञात कीजिए?
37. जाँच कीजिए कि बहुपद $p(t) = 6t^3 + 3t^2 + 3t + 18$, $(2t + 3)$ का एक गुणज है।
38. k का मान ज्ञात करो यदि $(x + k)$ बहुपद $x^3 + kx^2 - 2x + k + 4$ का एक गुणनखण्ड है तथा $x^4 - x$ का गुणनखण्ड कीजिए।
39. यदि $(x - 3)\left(x - \frac{1}{3}\right)$ तथा बहुपद $px^2 + 3x + r$, के गुणनखण्ड हों तो सिद्ध करो कि $p = r$.
40. (i) उपयुक्त सर्वसमिका का प्रयोग करके, $(-7)^3 + (5)^3 + (2)^3$ का मान ज्ञात कीजिए।
(ii) उस धन की विमाएँ ज्ञात करो जिसका आयतन व्यंजक $4x^2 + 14x + 6$ से प्रदर्शित होता है।
41. वह आयत जिसका क्षेत्रफल दिया गया है, की लम्बाई और चौड़ाई के लिए संभव व्यंजक दीजिए।
(i) $(x^2 + 5\sqrt{5}x + 30)$ वर्ग इकाई

- (ii) $(24x^2 - 26x - 8)$ वर्ग इकाई
42. कक्षा IX द्वारा NSS. के अन्तर्गत एक साक्षरता अभियान आयोजित किया गया, रैली हेतु छात्राओं ने $(x - 5)$ पंक्ति (rows), $(3x - 4)$ स्तम्भ (Column) बनाएँ।
- कुल छात्राओं की संख्या को बीजीय व्यजंक के रूप में दर्शाइए
 - यह अभियान छात्राओं के किन मूल्यों को दर्शाता है?
43. वृक्षारोपण कार्यक्रम के अन्तर्गत कक्षा IX के विद्यार्थियों ने कुल $(3x^2 - 4x - 4)$ वृक्ष लगाए।
- यदि विद्यार्थियों को संख्या $(x - 2)$ है तो प्रत्येक विद्यार्थी द्वारा लगाएँ गए पेड़ों की संख्या ज्ञात कीजिए। (यह मानते हुए कि प्रत्येक विद्यार्थी समान संख्या में पेड़ लगाता है।)
 - यहां किन मूल्यों को प्रदर्शित किया गया है।
44. यदि $a + b + c = 0$ है तो
- $$\frac{(b+c)^2}{bc} + \frac{(c+a)^2}{ca} + \frac{(a+b)^2}{ab}$$
- का मान ज्ञात कीजिए
45. सरल कीजिए:
- $$\frac{(a^2 - b^2)^3 + (b^2 - c^2)^3 + (c^2 - a^2)^3}{(a-b)^3 + (b-c)^3 + (c-a)^3}$$
46. गुणनखण्ड कीजिए;
- $$(2a-b-c)^3 + (2b-c-a)^3 + (2c-a-b)^3$$
47. यदि बहुपद $4x^3 - 16x^2 + ax + 7$, $x-1$ से पूर्णतया विभाजित हो, तो a का मान ज्ञात कीजिए। इसका प्रयोग करते हुए, बहुपद का गुणनखण्ड कीजिए।

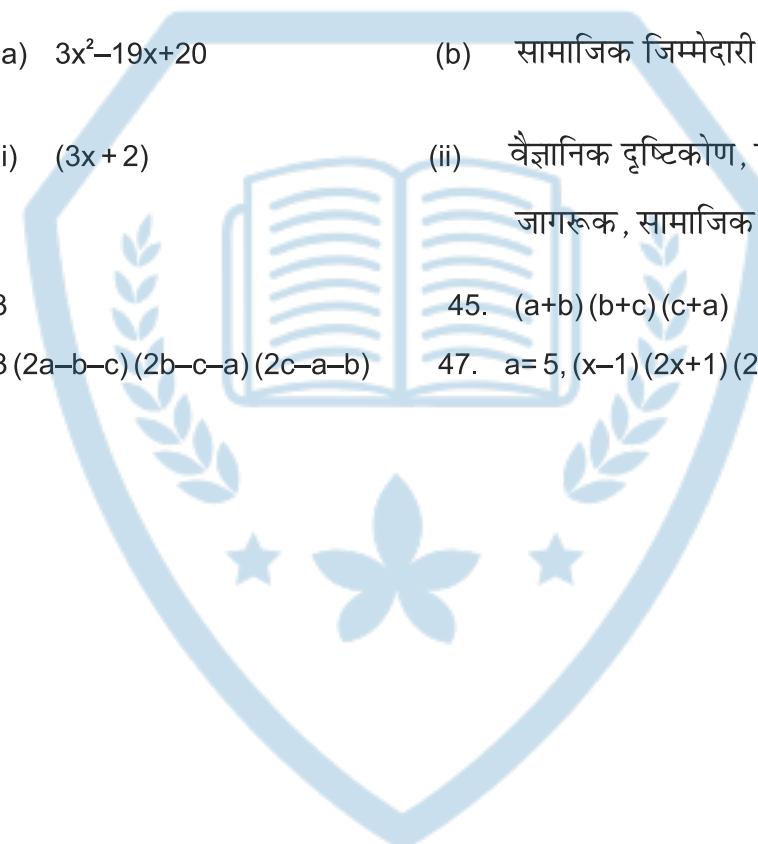
अध्याय-2

बहुपद

उत्तर

- 
1. 5 2. -2 3. $a=3$
4. 5 5. -12 6. $+\sqrt{8}, -\sqrt{8}$
7. शेषफल 8. $x^3 - 3x^2 + 2$ या अन्य उदाहरण
9. $2x, 2x^2 + 3, x^2 + 2x - 3$ या अन्य उदाहरण
10. हाँ 11. घात = 0 12. $k=2$
13. $(2x-1)^2$ 14. नहीं 15. संकेत $x=5$
16. 991026973 17. 0, 2, -3 18. $3x + 2$
19. $(2x + \sqrt{3}y)(4x^2 - 2\sqrt{3}xy + 3y^2)$ 20. 18
21. संकेत $(100+6)(100-6)$ $\frac{1}{225}$
23. $4x^2 + 9y^2 + z^2 - 12xy - 6yz + 4xz$ 24. 701
25. $(8a + 6b)^2$ 26. $(x+1)(x+2)(x+3)$
27. 207 28. $117a^3 - 133b^3$ 29. -34
30. $p^8 - \frac{1}{p^8}$ 31. $(k - \sqrt{2})(7\sqrt{2}k + 4)$
32. $-8y(16y^2 + 27x^2)$ or $-128y^3 - 216x^2y$
33. $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{16} + 4 - \frac{1}{4}xy - y + 2x$ 34. $4xy + 4zx$
35. $(5x + 2y + z)(25x^2 + 4y^2 + z^2 - 10xy - 2yz - 5zx)$
36. $a=0, b=2$ 37. हाँ
38. $k = \frac{4}{3}, x(x-1)(x^2+x+1)$

40. (i) -210 ; (ii) $2, (x+3), (2x+1)$
41. (i) $(x + 2\sqrt{5}), (x + 3\sqrt{5})$ (ii) $(4x + 1), (6x - 8)$
42. (a) $3x^2 - 19x + 20$ (b) सामाजिक जिम्मेदारी इत्यादि
43. (i) $(3x + 2)$ (ii) वैज्ञानिक दृष्टिकोण, पर्यावरण
जागरूक, सामाजिक मूल्य
44. 3
45. $(a+b)(b+c)(c+a)$
46. $3(2a-b-c)(2b-c-a)(2c-a-b)$
47. $a=5, (x-1)(2x+1)(2x-7)$



WISER
ACADEMY